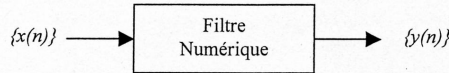


Final IN41

L'examen est basé sur l'étude d'un filtre numérique, certaines parties et questions sont indépendantes, lisez bien tout l'énoncé.

1. Filtre (9pts)



Chaque échantillon de sortie $y(n)$ est calculé par la relation suivante :

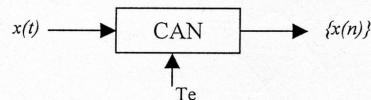
$$y(n) = \frac{1}{4}(x(n) - 2 \cdot x(n-1) + x(n-2))$$

- Représentez graphiquement les coefficients $h(n)$ de la réponse impulsionnelle $\{h(n)\}$ du filtre en fonction de n (on se limitera aux 5 premiers coefficients)
- Donnez l'expression de la transmittance en Z, $T(z)$, définie par $T(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ où $Y(z)$ et $X(z)$ désignent respectivement les transformées en Z des signaux discrets $\{y(n)\}$ et $\{x(n)\}$.
- Donnez l'expression de la transmittance complexe $H(f)$ définie par $H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)}$, où $Y(f)$ et $X(f)$ désignent respectivement les transformées de Fourier des signaux discrets $\{y(n)\}$ et $\{x(n)\}$.
- Mettez l'expression précédente sous la forme : $H(f) = |H(f)|e^{j\phi(f)}$ et représentez le module de cette fonction de transfert complexe.
- De quel type de filtre s'agit-il ?

2. Application du filtre à des signaux

2.1. Signaux numériques (4pts)

- Le signal $\{x(n)\}$ à l'entrée du filtre s'exprime par : $\{x(n)\} = A0 + A1 \sin(2\pi f_1 n) + A2 \sin(2\pi f_2 n)$ avec $f_1 = 1/12$ et $f_2 = 1/6$. En vous appuyant sur les résultats trouvés aux questions précédentes, déterminer l'expression du signal $\{y(n)\}$.
- Le signal $\{x(n)\}$ précédent provient d'un convertisseur analogique/numérique qui prélève les valeurs d'un signal analogique $x(t)$ à la cadence d'un échantillon toutes les millisecondes. Donnez une expression possible de $x(t)$ et expliquez pourquoi il peut y en avoir d'autres.

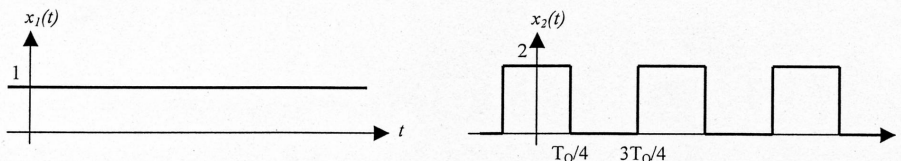


2.2. Signaux analogiques (8pts)

A l'aide du convertisseur analogique/numérique précédent, on prélève N échantillons sur les deux signaux suivants :

- $x_1(t)$: signal continu d'amplitude 1
- $x_2(t)$: signal rectangulaire de période T_0 , avec $T_0 = 2\text{ms} = 2T_e$

Le premier échantillon est pris à l'instant $t=0$.



- Représentez graphiquement les deux signaux numériques $\{x_1(n)\}$ et $\{x_2(n)\}$ (prenez $N = 4$ pour la représentation).
- Donnez les transformées en Z des deux signaux numériques $\{x_1(n)\}$ et $\{x_2(n)\}$, que l'on notera respectivement $X_1(z)$ et $X_2(z)$.
- Donnez l'expression des coefficients $X_1(k)$ et $X_2(k)$ des TFD (transformée de Fourier Discrète) limitées à N échantillons des signaux numériques $\{x_1(n)\}$ et $\{x_2(n)\}$. Le résultat pourra être donné directement à l'aide d'un raisonnement adéquat.
- Commentez le résultat précédent (question 3)
- Le signal numérique $\{x_2(n)\}$ limité à N échantillons est envoyé au travers du filtre numérique étudié précédemment. Déterminez l'expression du signal numérique $\{y_2(n)\}$ en sortie du filtre et concluez.